

# Beräkningsprogrammering i NumPy

- \* Delkurs på 1,5 hp till pythonkursen i programmering.
- \* Mycket av materialet och labbarna kommer från en Matlab-kurs gjord av Patrik Persson.
- \* Översatt till python: Maj Stenmark
- \* Vi kommer använda Pythonbibliotek (`numpy`, `scipy`) för att utföra beräkningar, t.ex.:
  - \* plotta grafer
  - \* lösa ekvationssystem och differentialekvationer
  - \* beräkna integraler
  - \* anpassa kurvor
- \* Python är ett populärt programmeringsspråk för vetenskapliga beräkningar (används för maskininlärning, datorseende, robotik ...)

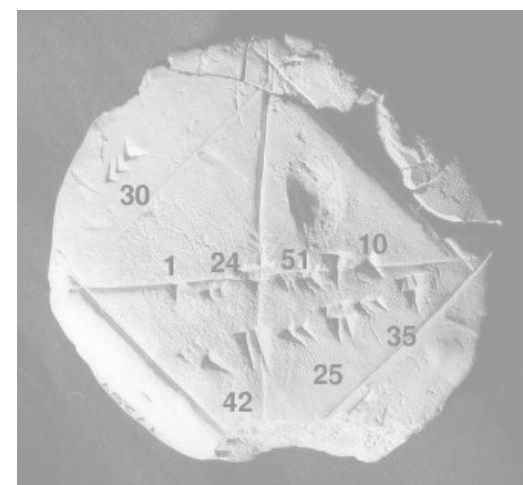
# NumPy i EDAA85: upplägg våren 2024

5-9 feb

Föreläsning

eget arbete

Labb 1

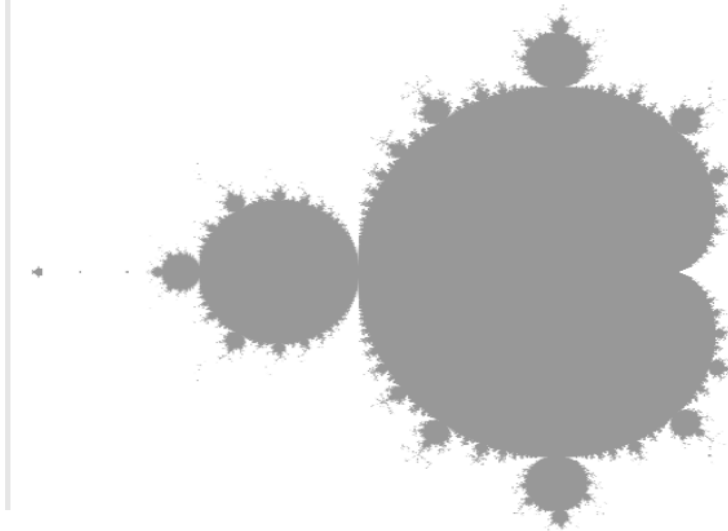


26 feb - 3 mar

Föreläsning

eget arbete

Labb 2

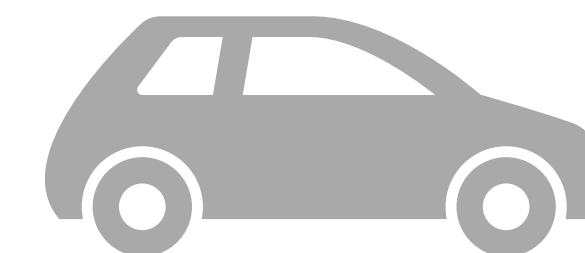


26 - 29 mar

Föreläsning

eget arbete

Labb 3



# Laborationer: obligatoriska (3st)

- \* Webbaserade laborationer (länkar finns i Moodle)
- \* Vissa uppgifter genereras; ibland finns ledtrådar och/eller facit
- \* Ni genomför laborationen i förväg (i par om två studenter)
- \* Speciella schematillfällen.

- \* **För att bli godkänd:**

övertyga handledaren om att du kan använda NymPy för att lösa uppgifterna.

- \* **Gör snygga utskrifter med resultat så att det är lätt att följa logiken i ditt program!**

**D9** Vi söker en matris



$$M = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Ditt arbete i NumPy-momentet

- \* 1,5hp = 40 timmar **självständigt arbete**
- \* **Förbered och genomför veckans laboration**
  - gärna i grupper om två studenter!
- \* **Redovisa på labbtiderna**
- \* **Material och hjälp:**
  - föreläsningar
  - läsanvisningar i boken *Scientific Computing with Python 3* av Claus Führer
  - resurstider
  - i chatten



# Installation

- \* På universitetsdatorerna finns:
  - Python och nödvändiga bibliotek
  - Editorn VS Code med en Python-pluginin.
- \* På Moodle finns installationsinstruktioner för Windows, Linux och Mac.
- \* Ni får gärna använda pakethanderaren *Anaconda*, *virtual environment* eller en annan editor.

# Kommentar Lab 1

- \* Ni kan ha all kod i en pythonfil och sen skriva ut varje uppgift för sig: t ex

```
##### Uppgift 2 #####  
pi = 3.141592653589793  
Roten ur 3 = 1.7320508075688772  
Roten ur -3 = 1.7320508075688772j  
Roten ur i = (0.7071067811865476+0.7071067811865475j)  
e ^ (pi * i) = (-1+1.2246467991473532e-16j)  
#####
```

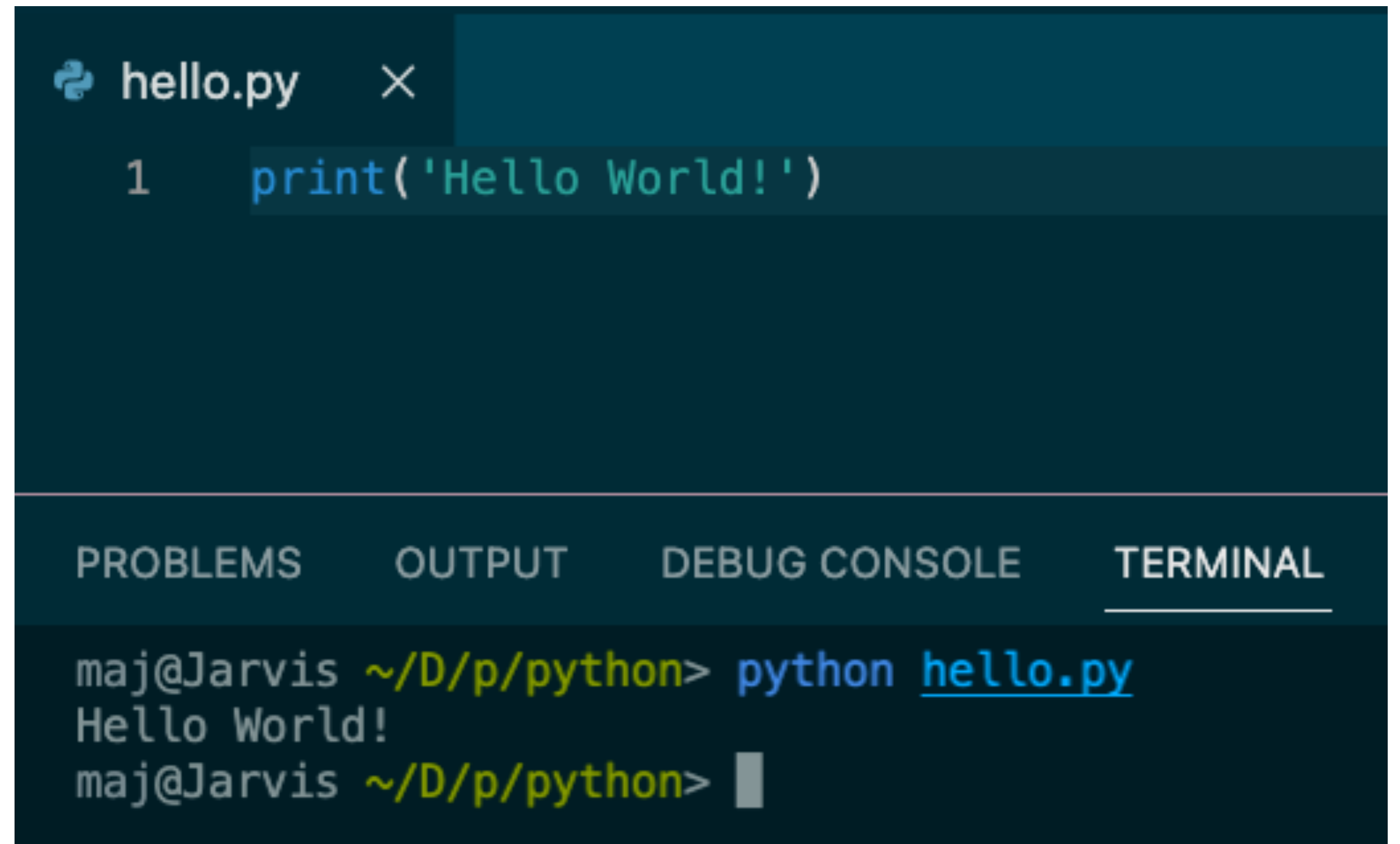
# Ditt arbete i NumPy-momentet

- \* 1,5hp = 40 timmar **självständigt arbete**
- \* **Förbered och genomför veckans laboration**
  - gärna i grupper om två studenter!
- \* **Redovisa på labbtiderna**
- \* **Material och hjälp:**
  - föreläsningar
  - läsanvisningar i boken *Scientific Computing with Python 3* av Claus Führer
  - resurstider
  - i Mattermost



# Vecka 1

- \* python-repl:en och scriptfiler
- \* Grundläggande beräkningar
- \* Några standardfunktioner
- \* Definiera egna funktioner
- \* Vektorer och matriser
- \* Ekvationssystem
- \* Plotta grafer



```
hello.py ×  
1 print('Hello World!')
```

PROBLEMS    OUTPUT    DEBUG CONSOLE    TERMINAL

```
maj@Jarvis ~/D/p/python> python hello.py  
Hello World!  
maj@Jarvis ~/D/p/python> █
```

# Installation

- \* På universitetsdatorerna finns:
  - Python och nödvändiga bibliotek
  - Editorn VS Code med en Python-pluginin.
- \* På Moodle finns installationsinstruktioner för Windows, Linux och Mac.
- \* Ni får gärna använda pakethanderaren *Anaconda*, *virtual environment* eller en annan editor.

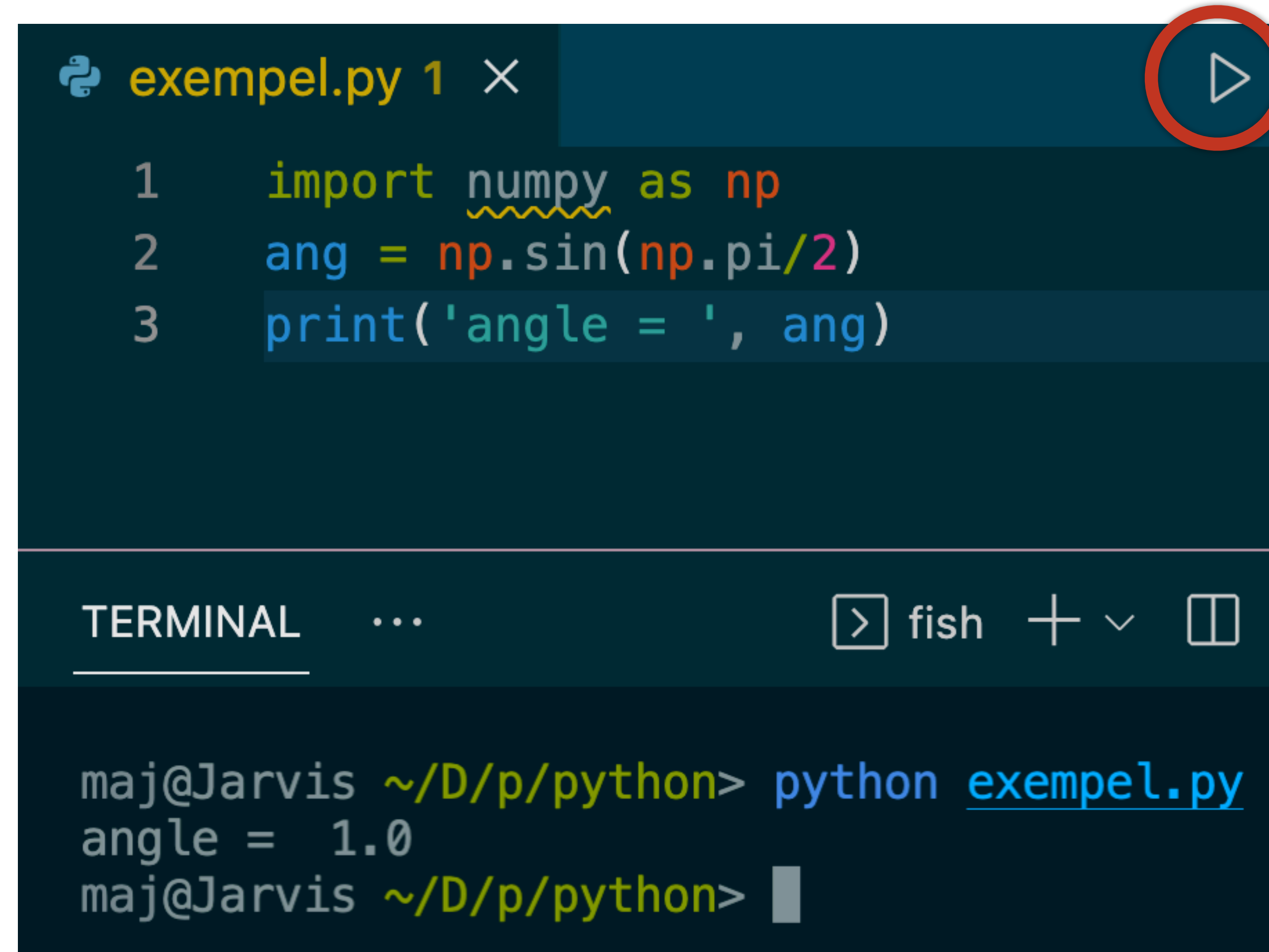
# Python repl

- \* Pythonprogram exekveras:
  - rad för rad i en repl (read-eval-print-loop) i terminalen. repl:en startas genom att skriva **python** i terminalen.
  - från en fil med kommandon (python filnamn.py)

```
PROBLEMS  OUTPUT  DEBUG CONSOLE  TERMINAL  JUPYTER  python3.8  +
maj@Jarvis ~/D/p/python> python
Python 3.8.5 (default, Sep  4 2020, 02:22:02)
[Clang 10.0.0 ] :: Anaconda, Inc. on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 3 + 5
8
>>> █
```

# Pythonscript

- \* Script används för att spara en sekvens av kommandon i ett program.
- \* Programmen sparas i en textfil med filändelsen ".py"
- \* Exekvera filen:
  - med pilen i VS Code.
  - eller genom att skriva "python filnamnet" i terminalen.



The image shows a VS Code editor window with a Python script named 'exempel.py'. The script contains three lines of code: an import statement for numpy, a calculation of the sine of pi/2, and a print statement. A red circle highlights a play button icon in the top right corner of the editor. Below the editor is a terminal window showing the command 'python exempel.py' being executed, resulting in the output 'angle = 1.0'.

```
exempel.py 1 ×  
1 import numpy as np  
2 ang = np.sin(np.pi/2)  
3 print('angle = ', ang)  
  
TERMINAL ... fish + v □  
maj@Jarvis ~/D/p/python> python exempel.py  
angle = 1.0  
maj@Jarvis ~/D/p/python> █
```

# Komma igång med NumPy

- \* Numpy är ett pythonbibliotek som importeras så här:

```
import numpy as np
```

- \* Variabler och funktioner från biblioteket anropas med `np.<namn>`, t ex `np.pi` och `np.sin(0.5)`

- \* Typen för en variabel behöver inte deklareras, den härleds från sitt värde:

```
x = 1 #int
```

```
y = 1.0 #float
```

```
s = 'hello' #sträng
```

```
li = [1, 1, 2, 3, 5] #lista
```

# Standardfunktioner Python, exempel

`+`, `-`, `*` vanliga matematiska operationer

`/` ger ett flyttal `5 / 2 == 2.5`

`//` heltalsdivision, `5 // 2 == 2`

`%` är modulo (restdivision) `10 % 2 == 0`

`**` potens, t ex `2 ** 3 == 8`

`==` jämför (värde) likhet, returnerar True eller False (specifikt, den kolla innehållet i listors/arrayer)

`round(x)`

`abs(z)`

```
>>> 3 + 5
8
>>> "numpy" == "numpy"
True
>>> █
```

# Standardfunktioner NumPy, exempel

`np.round(x)`

`np.floor(x)`

`np.sin(x)` #OBS! Radianer

`np.cos(x)`

`np.tan(x)`

`np.sqrt(x)` # för positiva tal

`np.emath.sqrt(-3)` #klarar negativa tal

```
>>> import numpy as np
>>> np.sin(np.pi/2)
1.0
>>> █
```

`np.power(x, y)`

`np.exp(x)`

`np.log(x)`

`np.log2(x) / np.log10(x)`

# Imaginära tal

Imaginära tal skrivs med j, t ex

1j, 2 + 2j, 3.0 + 4.5j

`np.real(z) / np.imag(z)`

eller: `z.real / z.imag`

`np.abs(z) / np.angle(z)`

`np.conj(z)`

```
>>> import numpy as np
>>> c = 1j
>>> c.real
0.0
>>> c.imag
1.0
>>> █
```

# Egendefinierade funktioner

- \* Vi kan definiera egna funktioner
- \* Enkla enradsfunktioner kan definieras som en **lambda**-funktion och lagras i en variabel:

```
f = lambda x: np.sqrt(1+np.sin(x))
```

```
g = lambda x,y: np.sin(x)+ y**2
```

- \* Funktionen kan sedan användas i uttryck:

```
z = f(3) + g(5,9)
```

- \* Skriv ut resultatet med `print('z = ', z)`

# Egendefinierade funktioner forts.

- \* Vi kan också definiera vanliga **namngivna** funktioner:

```
def f(x):  
    return np.sqrt(1+np.sin(x))
```

```
y = f(3)
```

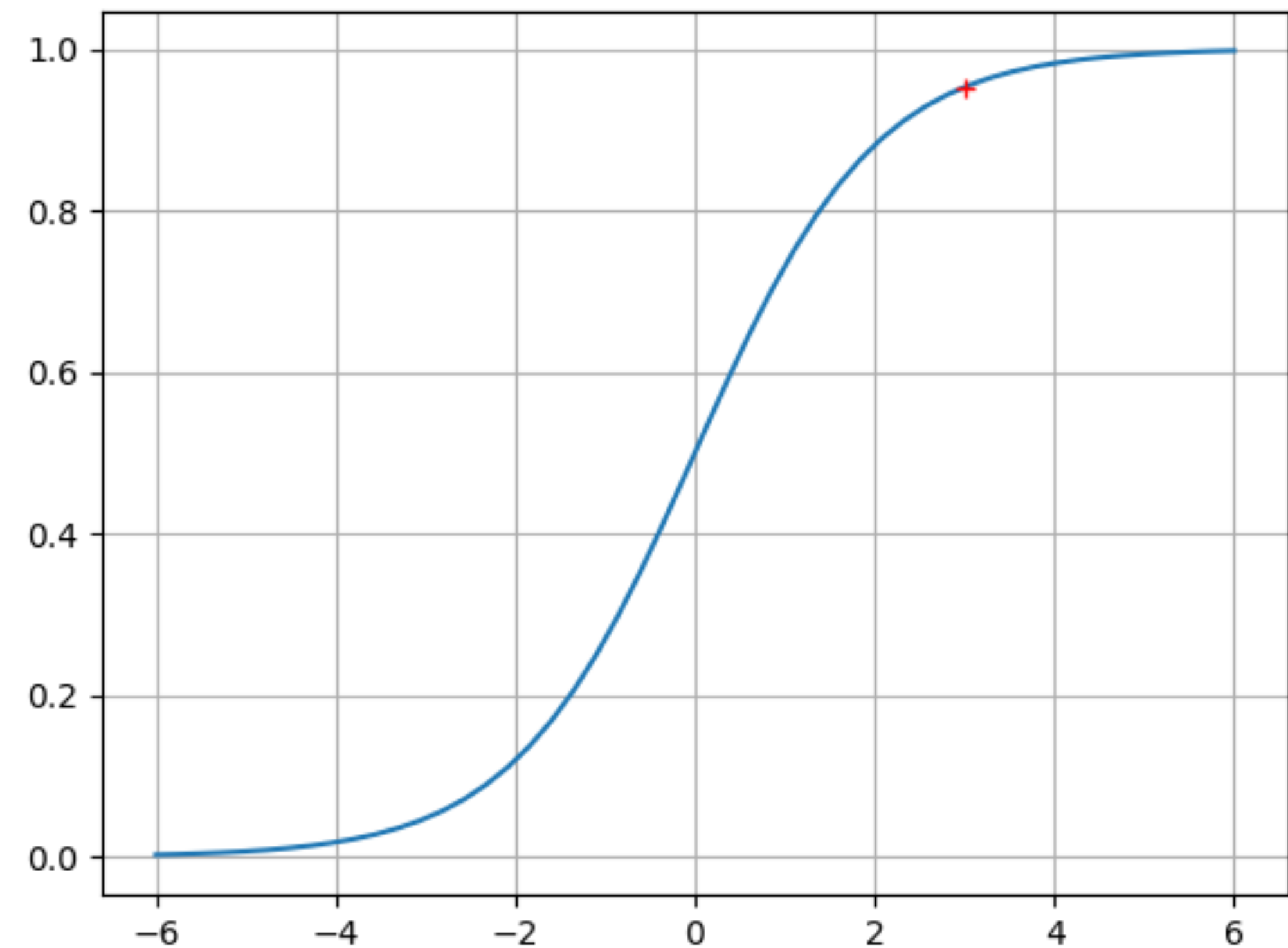
- \* Tips! Funktioner kan refereras med variabler:

- `fcopy = f`  
`y = fcopy(3) # anropar funktionen f ovan`
- eller:  
`import numpy`  
`np = numpy`

# Plotta grafer: inledande exempel

```
def sigma(x):  
    return 1/(1 + np.exp(-x))
```

```
y = sigma(3) # 0.9525741
```



Funktionen kallas ofta *logistic curve* och är en populär *aktiveringsfunktion* i *neuronal nätverk* (mer om detta senare!).

# Följder av värden

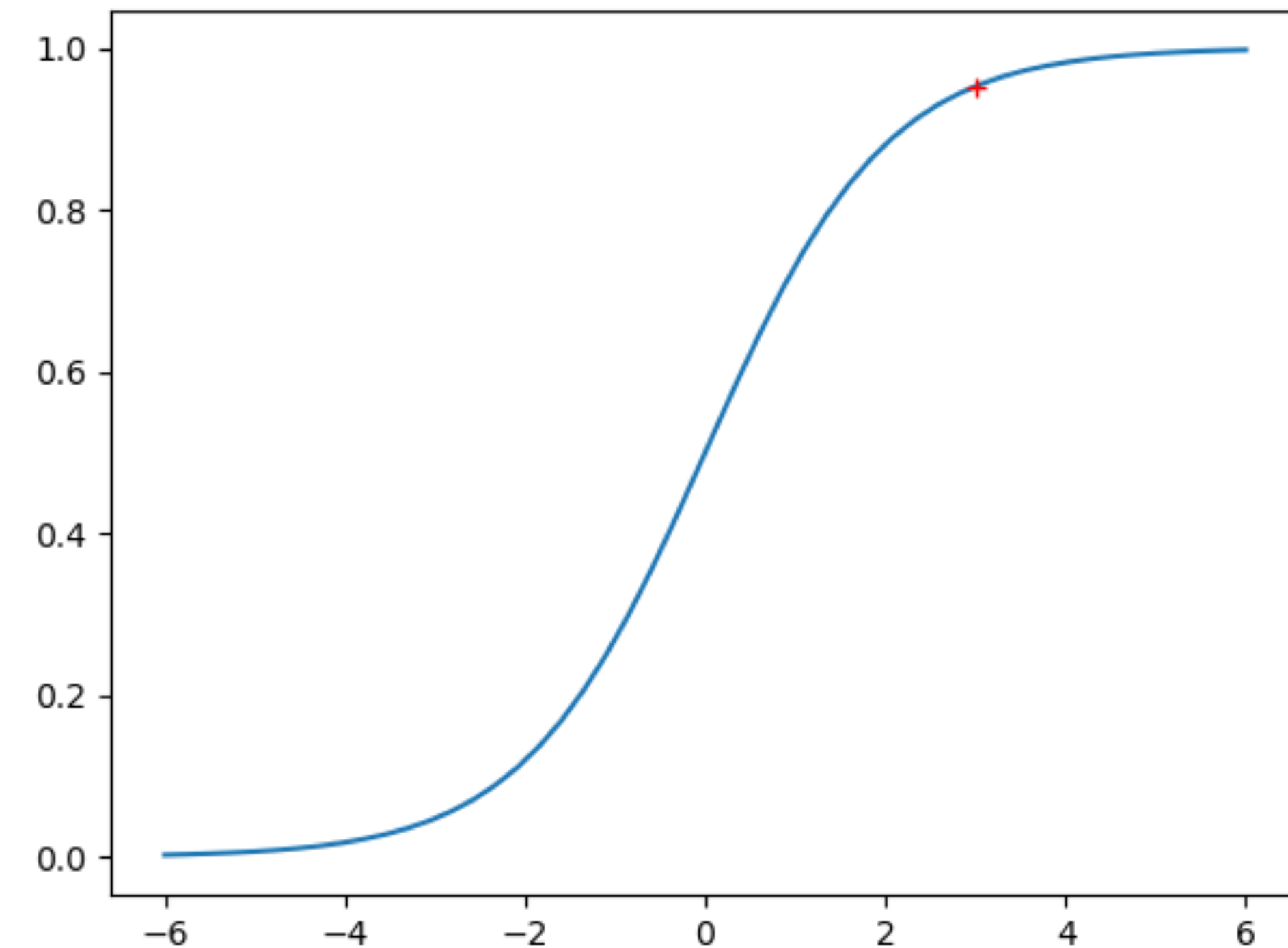
- \* Ibland vill vi skapa en vektor med en följd av värden, t.ex.

```
[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]
```

- \* **np.linspace**-funktionen ger ett antal jämnt fördelade värden i ett intervall
- \* `np.linspace(0, 10, 42)` ger 42 värden mellan 0 och 10
- \* Notera att argument kan namnges:  
`np.linspace(0, 10, num = 42)`
- \* `np.linspace(0, 10)` ger **50** värden mellan 0 och 10

# Plotta grafer

- \* För att plotta figurer använder vi paketet `matplotlib.pyplot`
- \* Vi importerar paketet och döper det till `plt`:  
`import matplotlib.pyplot as plt`
- \* `plt.plot(x, y)` plottar punkterna  $(x_i, y_i)$  och drar linjer mellan varandra följande punkter.
- \* Det går att plotta många grafer i samma bild.
- \* För att visa figuren använder vi `plt.show()` efter `plt.plot(...)`



# Plotta grafer

\* Det finns **många** valfria argument till plot, t ex

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x = np.linspace(0, 10)
```

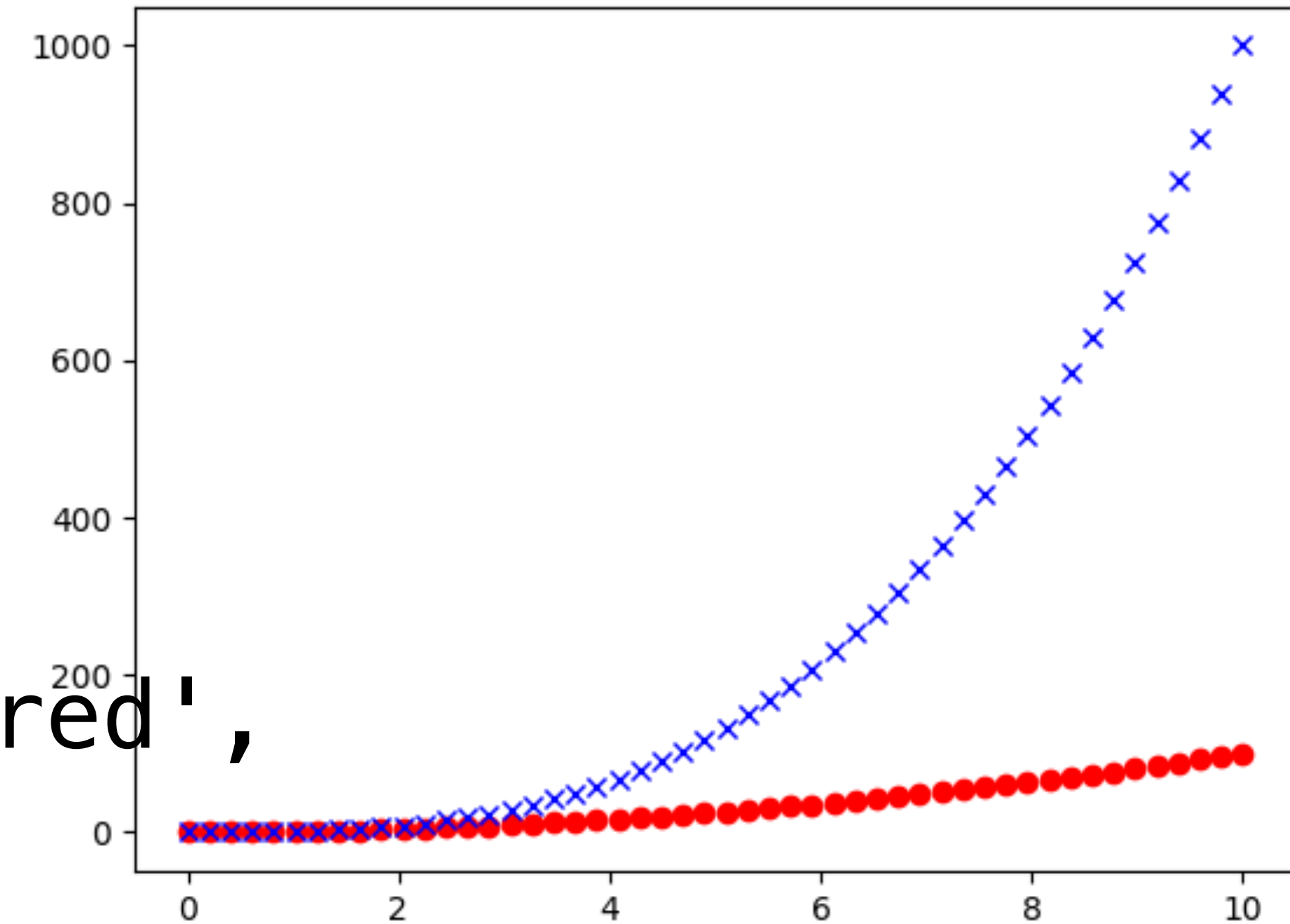
```
y = x **2
```

```
g = x **3
```

```
plt.plot(x, y, marker = 'o', color = 'red',  
         linestyle = 'none')
```

```
plt.plot(x, g, 'bx') #alternativ: b = blue, x för  
markörsymbol
```

```
plt.show()
```



Se [https://matplotlib.org/stable/api/\\_as\\_gen/matplotlib.pyplot.plot.html](https://matplotlib.org/stable/api/_as_gen/matplotlib.pyplot.plot.html)

# Vektorer och matriser

- \* Vektorer och matriser används för att hantera data, t ex
  - \* en vektor med mätdata med hastigheter från en bil
  - \* ett foto som representeras som en matris med pixlarnas RGB-värden (3 dimensioner: x-position, y-position och sen tre värden för RGB), t ex i biblioteket `opencv` för datorseende.
- \* Matriser används för att lösa många numeriska problem (t ex för att lösa ekvationssystem).
- \* Ofta är det stora mängder data och tunga beräkningar, NumPy har optimerat matris-beräkningar för att det ska gå snabbt 💪

# Vektorer och matriser forts.

- \* Vektorer och matriser
- \* Skapa matriser
- \* Matrisberäkningar: addition, multiplikation, ...
- \* Sätta samman matriser
- \* Skapa matriser med **eye**, **ones**
- \* Lös ekvationssystem med matriser
- \* Elementvisa operationer

# Vektorer och matriser forts.

- \* NumPy arbetar generellt med komplexa matriser
- \* Matriser är n-dimensionella arrayer av numpy-typen **ndarray**.
- \* En vektor är 1-dimensionell ndarray.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

# Skapa matriser

- \* Vektorer skapas med en **lista** som argument:

```
v = np.array([2.0, 4.0])
```

```
c = np.array([2 + 1j, 4 + 2j])
```

- \* Matriser med en **lista med listor**:

```
A = np.array([[1, 1, -1], [2, 1, 1], [4, 3, -1]])
```

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

# Läsa/sätta värden i matriser

- \* `A = np.array([[1, 1, -1], [2, 1, 1], [4, 3, -1]])`
- \* Läsa enskilda element:  
`A[0, 2]` #element på rad 0 och kolumn 2, dvs -1
- \* Tilldelning:  
`A[0, 2] = 5`

# Addera matriser

```
>>> A = np.array([[1, 1, -1], [2, 1, 1],  
[4, 3, -1]])
```

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

```
>>> B = np.array([[8, 3, 10], [-5, -2,  
-7], [4, 11, 22]])
```

$$B = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 10 \\ -5 & -2 & -7 \\ 4 & 11 & 22 \end{pmatrix}$$

Två matriser adderas elementvis:  $C = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 9 \\ -3 & -1 & -6 \\ 8 & 14 & 21 \end{pmatrix}$

```
>>> C = A + B
```

# Addera matriser

Det går också bra att addera en skalär till matrisen (adderas till alla element)

```
>>> D = C + 5
```

$$C = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 9 \\ -3 & -1 & -6 \\ 8 & 14 & 21 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 14 \\ 2 & 4 & -1 \\ 13 & 19 & 26 \end{pmatrix}$$

Vad händer när vi adderar matriser med olika dimensioner?

```
>>> E = C + np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]])
```

$$\begin{pmatrix} 9 & 4 & 9 \\ -3 & -1 & -6 \\ 8 & 14 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

# Subtrahera matriser

Det går också bra att subtrahera en matris eller en skalär till en matrisen (görs elementvis)

$$\begin{aligned} &>>> F = A - B \\ &\text{och} \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 3 & 10 \\ -5 & -2 & -7 \\ 4 & 11 & 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -2 & -11 \\ 7 & 3 & 8 \\ 0 & -8 & -23 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} &>>> D = C - 5 \end{aligned}$$

$$D = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 9 \\ -3 & -1 & -6 \\ 8 & 14 & 21 \end{pmatrix} - 5 = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 14 \\ 2 & 4 & -1 \\ 13 & 19 & 26 \end{pmatrix}$$

# Multiplitera matriser

- \* Multiplikation med skalär multiplicerar elementvis:

$$\begin{aligned} &>>> 3 * A \\ 3 * \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 6 & 3 & 3 \\ 12 & 9 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- \* Matrismultiplikation använder **np.matmul**

`>>> C = np.matmul(A, B)`

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

**A**            **B**            **C**

Raderna multipliceras med kolumnerna, dvs första raden i A multiplicerat med första kolumnen i B blir värdet på plats  $C_{1,1}$ :  $1 * 1 + 1 * 1 = 2$

# Multipluera matriser forts.

- \* OBS! OBS! OBS! Använd inte \*!

Multiplicationstecknet \* gör en **elementvis** multiplikation som beror på dimensionerna av arrayerna

$$\ggg C = A * B \quad (1 \ 2) * (1 \ 3) = (1 \ 6)$$

- \* På ibland oväntade sätt!

$$\ggg C = A * B \quad (1 \ 2) * \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \text{????}$$

A                      B                      C

A                      B                      C

(Här multipliceras varje rad i B med [1, 2])

# Multiplicera matriser forts.

- \* OBS! OBS! OBS! Använd inte \*!

Multiplicationstecknet \* gör en **elementvis** multiplikation som beror på dimensionerna av arrayerna

$$\ggg C = A * B \quad (1 \ 2) * (1 \ 3) = (1 \ 6)$$

- \* På ibland oväntade sätt!

$$\ggg C = A * B \quad (1 \ 2) * \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

A                      B                      C  
A                      B                      C

(Här multipliceras varje rad i B med [1, 2])

# Sätta samman matriser

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

- \* A och B kan sättas samman antingen vertikalt som nya rader eller horisontellt som nya kolumner.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

`C = np.vstack([A, B])` #sätter ihop dem vertikalt

`D = np.hstack([A, B])` #sätter ihop dem horisontellt.

Notera att argumentet är en lista med matriser!

# Sätta samman matriser forts.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$$

\* Det går bra att sätta ihop fler matriser:

$$D = \text{np.hstack}([A, B, C])$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 & 9 & 10 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

# eye och ones

Det finns funktioner som skapar vissa standardmatriser:

$$I = \text{np.eye}(5)$$

$$T = \text{np.eye}(3) * 2$$

$$M = \text{np.ones}((3, 2)) * 4$$

$$D = \text{np.eye}(4, k = -1) * 3$$

$$T = \begin{pmatrix} 2.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 2.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 4.0 & 4.0 \\ 4.0 & 4.0 \\ 4.0 & 4.0 \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 3.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 3.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 3.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

# Övningsuppgifter:

\* Beräkna

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

\* Skapa matrisen

$$\begin{pmatrix} 1j & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1j & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1j & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

# Elementvisa operationer

- \* Numpys standardoperationer

**np.sin, np.log** etc kan hantera numpy-arrayer som argument (notera även potenser **\*\*** )!

Tex

```
f = lambda x: np.sqrt(x)
```

```
g = lambda x,y: np.sin(x)+ y**2
```

- \* Funktionen kan sedan användas i uttryck:

```
v = np.array([1, 4, 9])
```

```
z = f(v) #[1, 2, 3]
```

```
x = np.array([np.pi, np.pi/2, 0])
```

```
y = g(x, v) #[0, 1, 0] + [1, 16, 81] = [1, 17, 81]
```

# Ekvationssystem

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -2$$

$$-x_1 + x_2/2 - x_3 = 0$$

# Lösa ekvationssystem

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -2$$

$$-x_1 + x_2/2 - x_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1/2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**A**      **x**      **B**

- \* Lösningen kan beräknas med linjär algebra, genom att invertera matrisen och multiplicera båda sidorna med inversen ...

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1/2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**x**      **A<sup>-1</sup>**      **B**

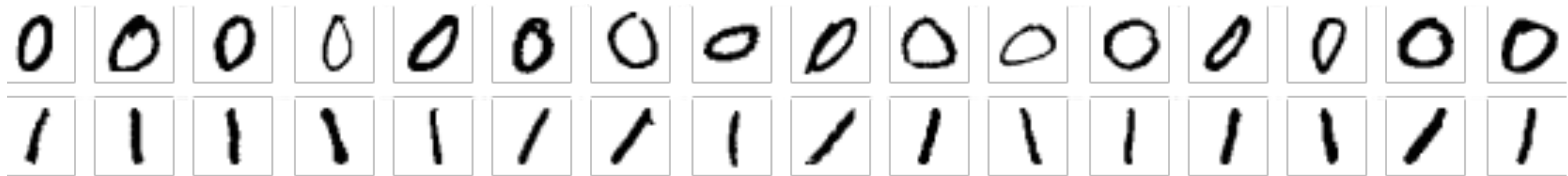
eller med **`x = np.linalg.solve(A, B)`**

# Plotta grafer: övning

Plotta följande funktion i  $x$ -intervallet 0 till 10:

$$f(x) = e^{-x/4} \cdot \sin(2\pi x)$$

# Exempel: Neurala nätverk

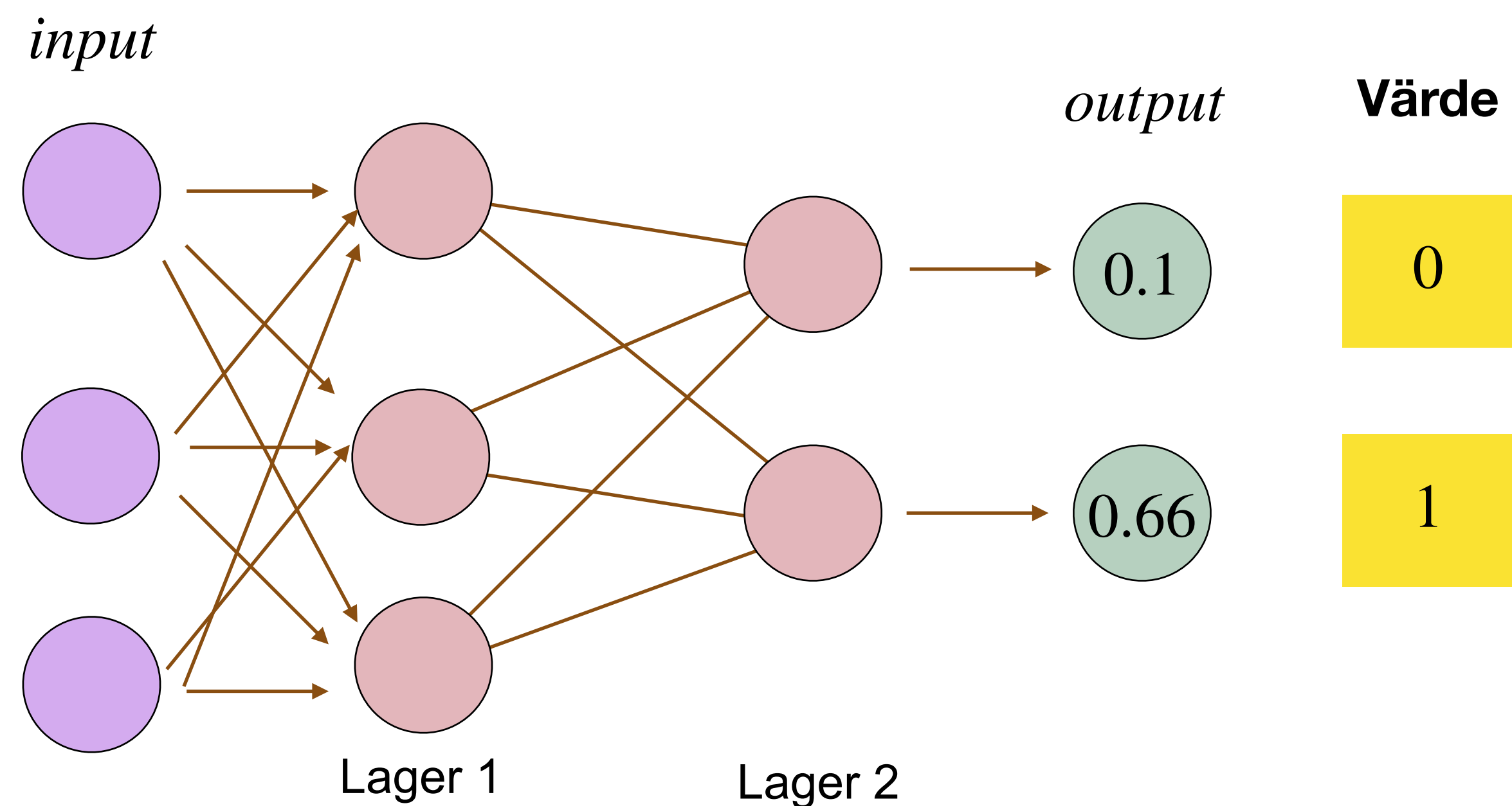


- \* Vi vill känna igen handskrivna siffror (bara 0 och 1 för enkelhetens skull).
- \* Vi har en massa bilder med 28 x 28 pixlar i gråskala 0 (svart) och 255 (vitt). Så varje bild har 784 tal.
- \* Vi vill automatiskt känna igen vilken siffra det är.



# Exempel: Neurala nätverk

- \* Ett neuralt nätverk är en graf med noder som kallas neuron.
- \* Kanterna mellan noderna har vikter.
- \* Beräkningarna görs från vänster till höger.
- \* Vi kan ha flera *lager* i vårt nätverk.

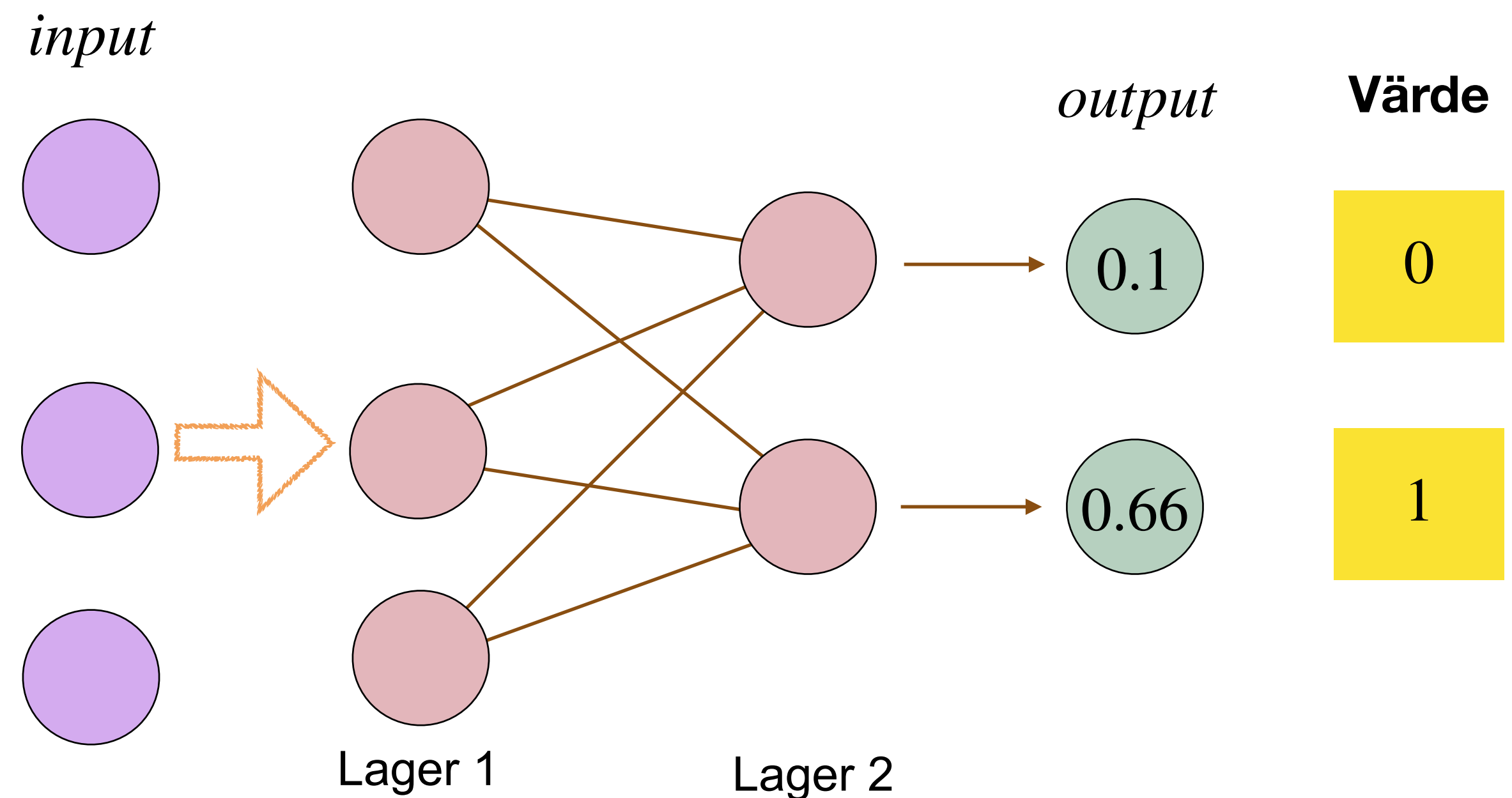


Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

- \* Ett neuralt nätverk är en graf med noder som kallas neuron.
- \* Kanterna mellan noderna har vikter.
- \* Beräkningarna görs från vänster till höger.
- \* Vi kan ha flera *lager* i vårt nätverk.



Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

\* Varje nod ger ut ett värde

$a_k^{(L)}$  ← Numret för lagret  
← Numret för noden

$w$  till, från

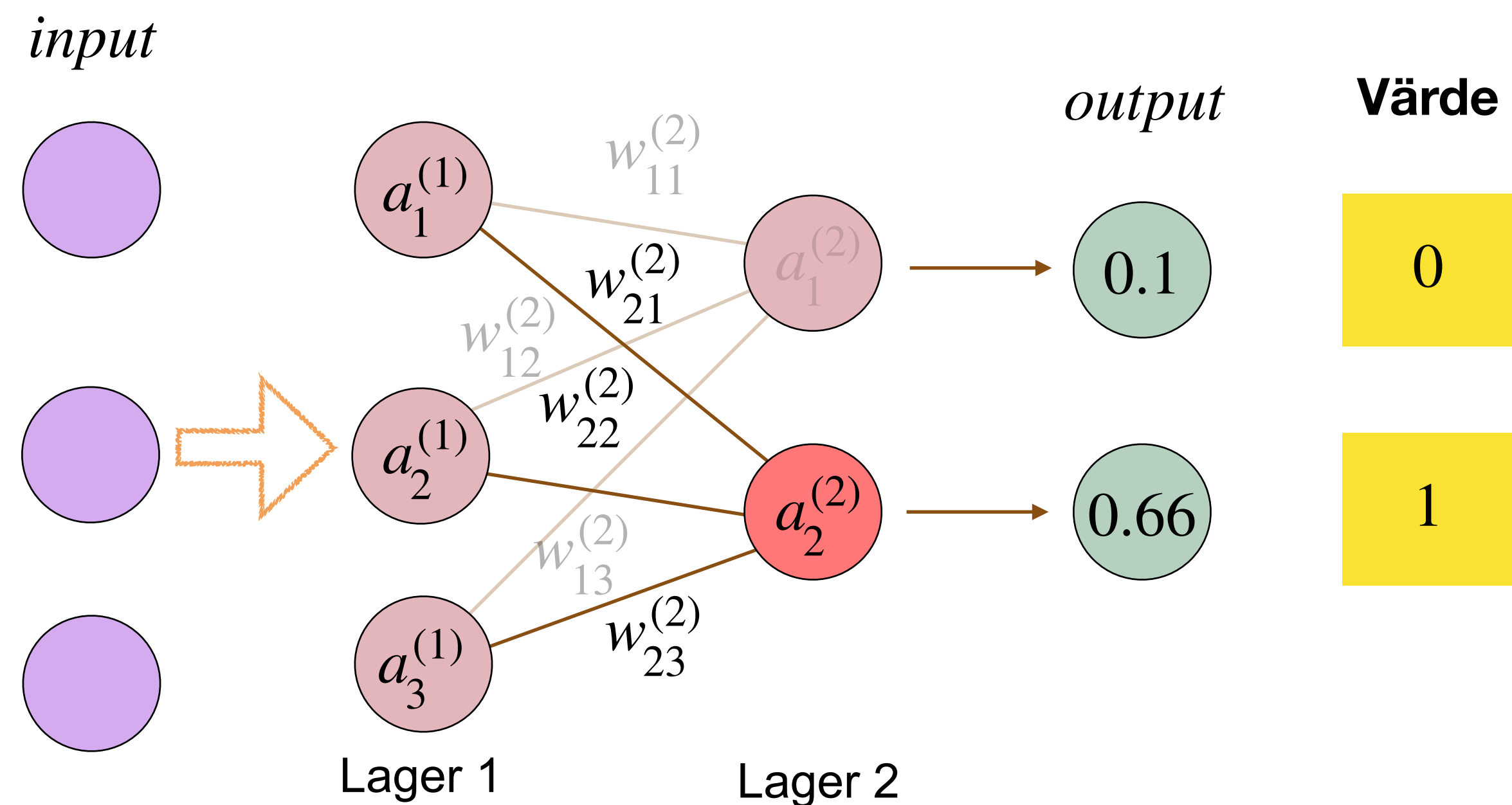
\* Värdet för en nod beräknas:

1. ta den viktade summan av alla inkommande värden plus en konstant:

$$z_2^{(2)} = w_{21}a_1^{(1)} + w_{22}a_2^{(1)} + w_{23}a_3^{(1)} + b_2^{(2)}$$

2. anropar sen en *aktiveringsfunktion*

$$a_2^{(2)} = \sigma(z_2^{(2)})$$



# Exempel: Neurala nätverk

\* Varje nod ger ut ett värde

$a_k^{(L)}$  ← Numret för lagret  
← Numret för noden

$w$  till, från

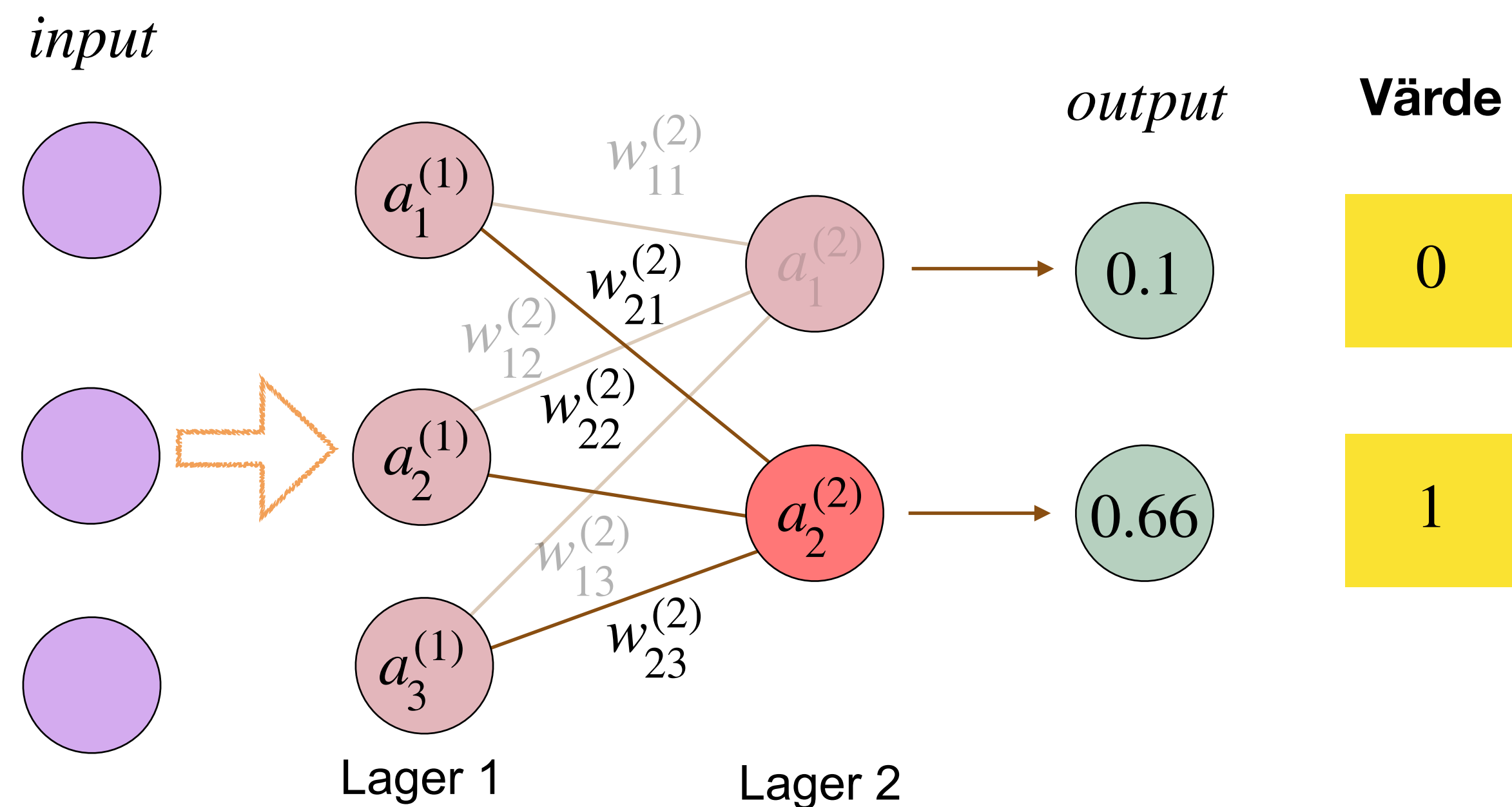
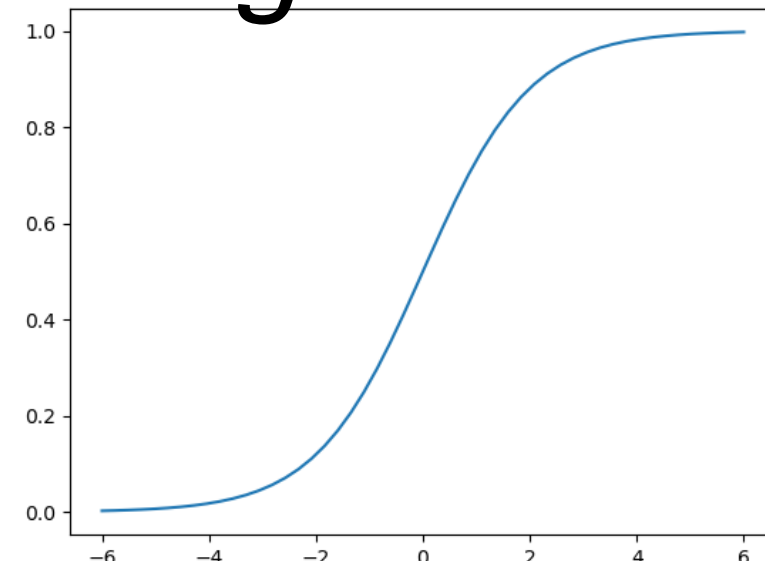
\* Värdet för en nod beräknas:

1. ta den viktade summan av alla inkommande värden plus en konstant:

$$z_2^{(2)} = w_{21}a_1^{(1)} + w_{22}a_2^{(1)} + w_{23}a_3^{(1)} + b_2^{(2)}$$

2. anropa sen en *aktiveringsfunktion*

$$a_2^{(2)} = \sigma(z_2^{(2)})$$



Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

- \* Varje nod ger ut ett värde

$a_k^{(L)}$  ← Numret för lagret  
← Numret för noden

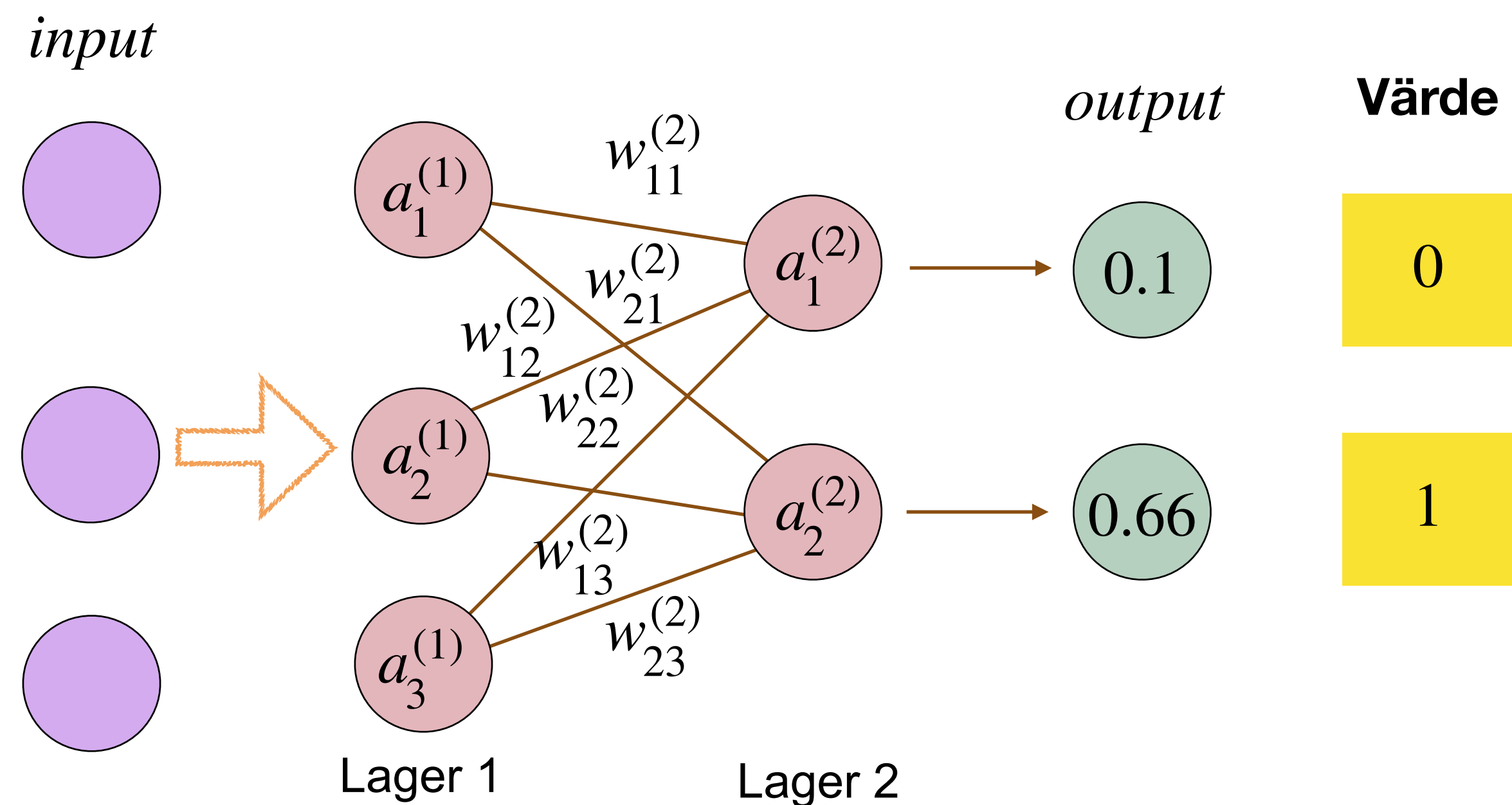
$w$  till, från

- \* Värdet för en nod beräknas:  
1 ta den viktade summan av alla inkommande värden plus en konstant:

$$z_x^{(2)} = \sum_i w_{xi} a_i^{(1)} + b_x^{(2)}$$

- \* anropa en *aktiveringsfunktion*

$$a_x^{(L)} = \sigma(z_x^{(L)})$$



Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

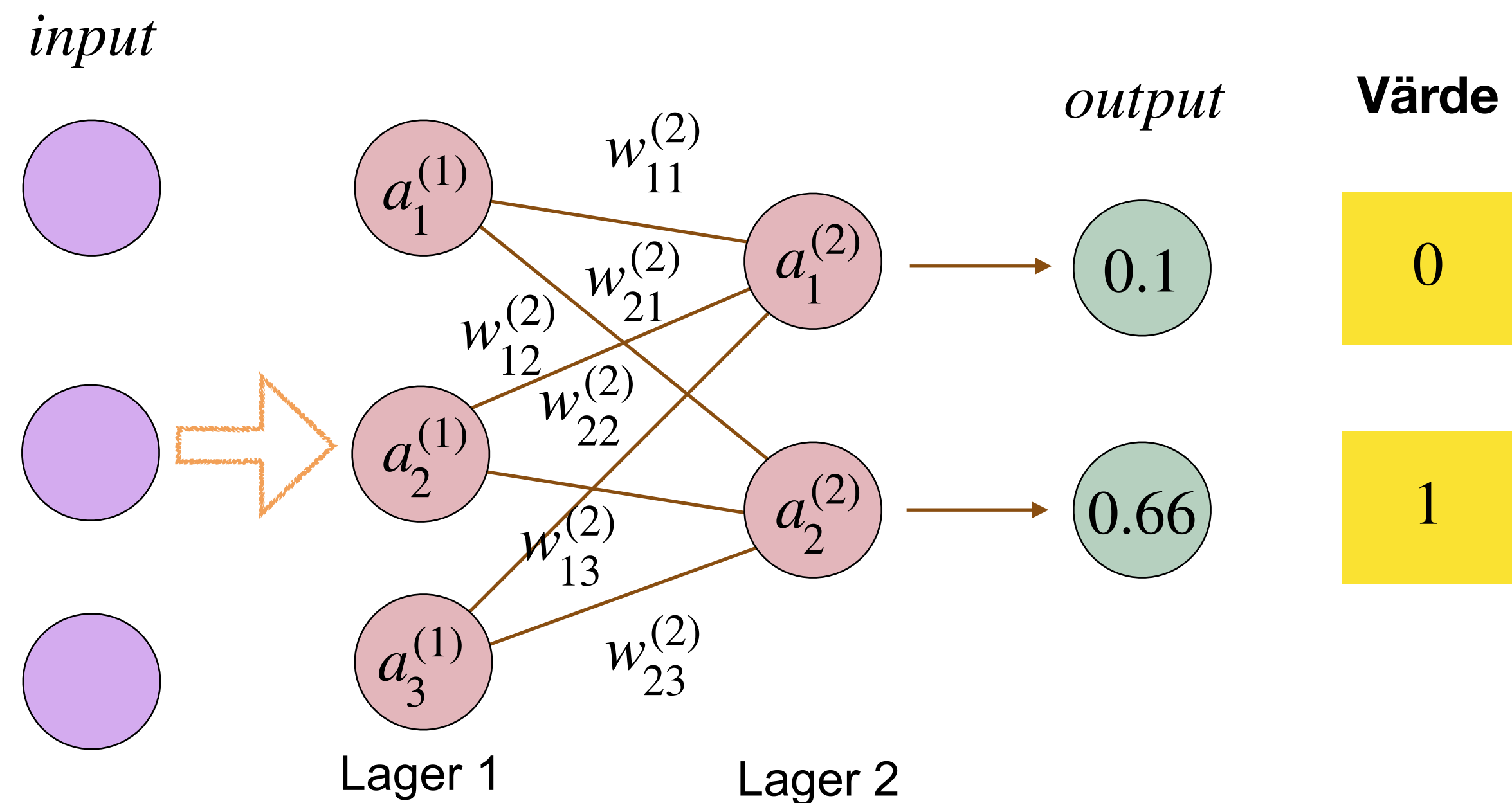
$$* z_x^{(2)} = \sum_i w_{xi} a_i^{(1)} + b_x^{(2)}$$

$$* \text{Aktiveringsfunktion } a_x^{(L)} = \sigma(z_x^{(L)})$$

\* Detta kan skrivas med hjälp av matriser:  $Z = WA + B$

$$\begin{pmatrix} z_1^{(2)} \\ z_2^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^{(1)} \\ a_2^{(1)} \\ a_3^{(1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^{(2)} \\ b_2^{(2)} \end{pmatrix}$$

och  $A_{\text{ut}} \text{ från lagret} = \sigma(Z)$



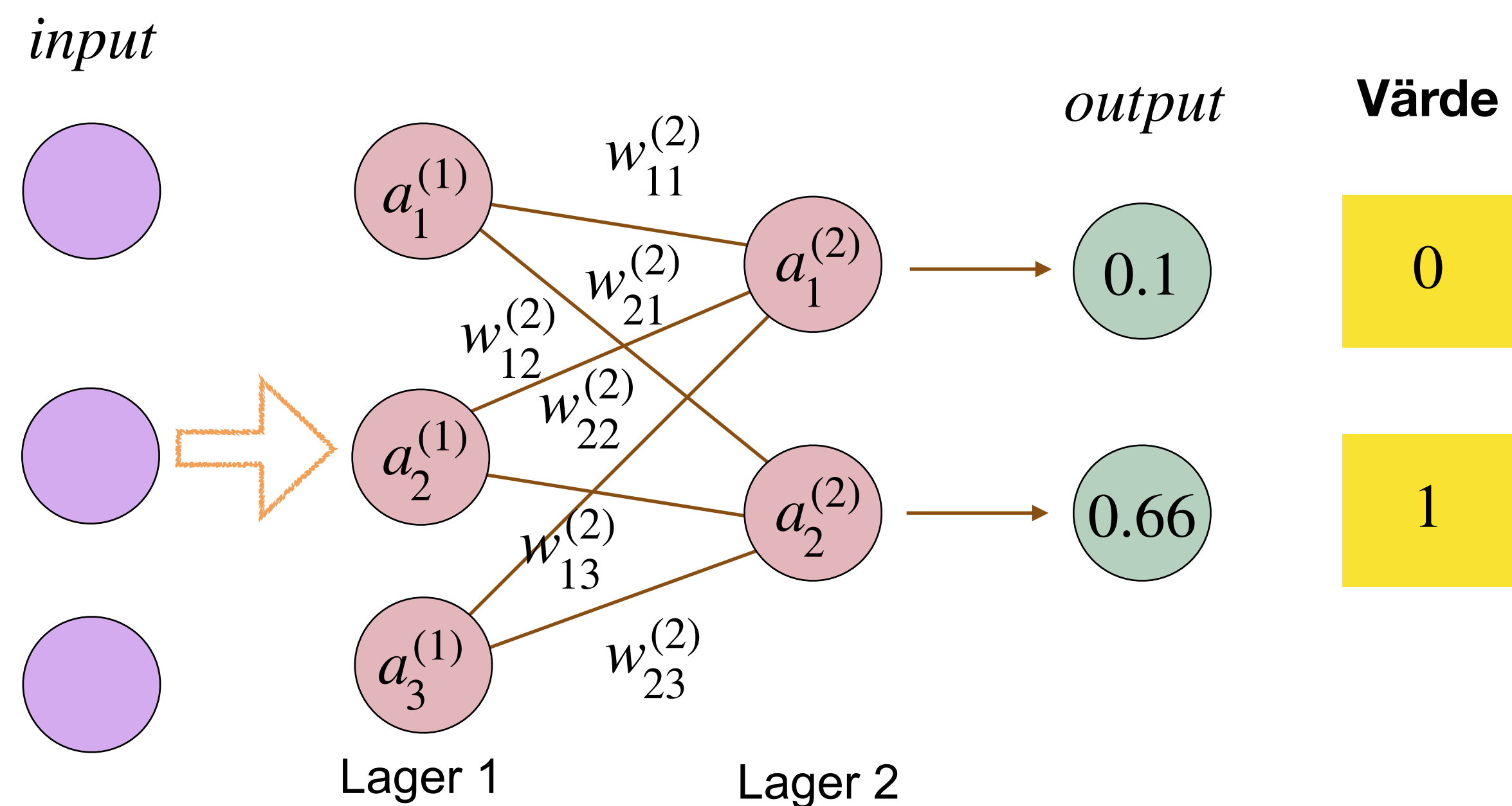
Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

För varje lager räknar vi ut värdena  $Z = WA + B$

och  $A_{\text{ut}} \text{ från lagret} = \sigma(Z)$



- \* Så när vi får en bild som input går vi genom varje lager i nätverket och räknar ut värdena med formlerna ovan. Det output som är högst är det talet vi tror det är.

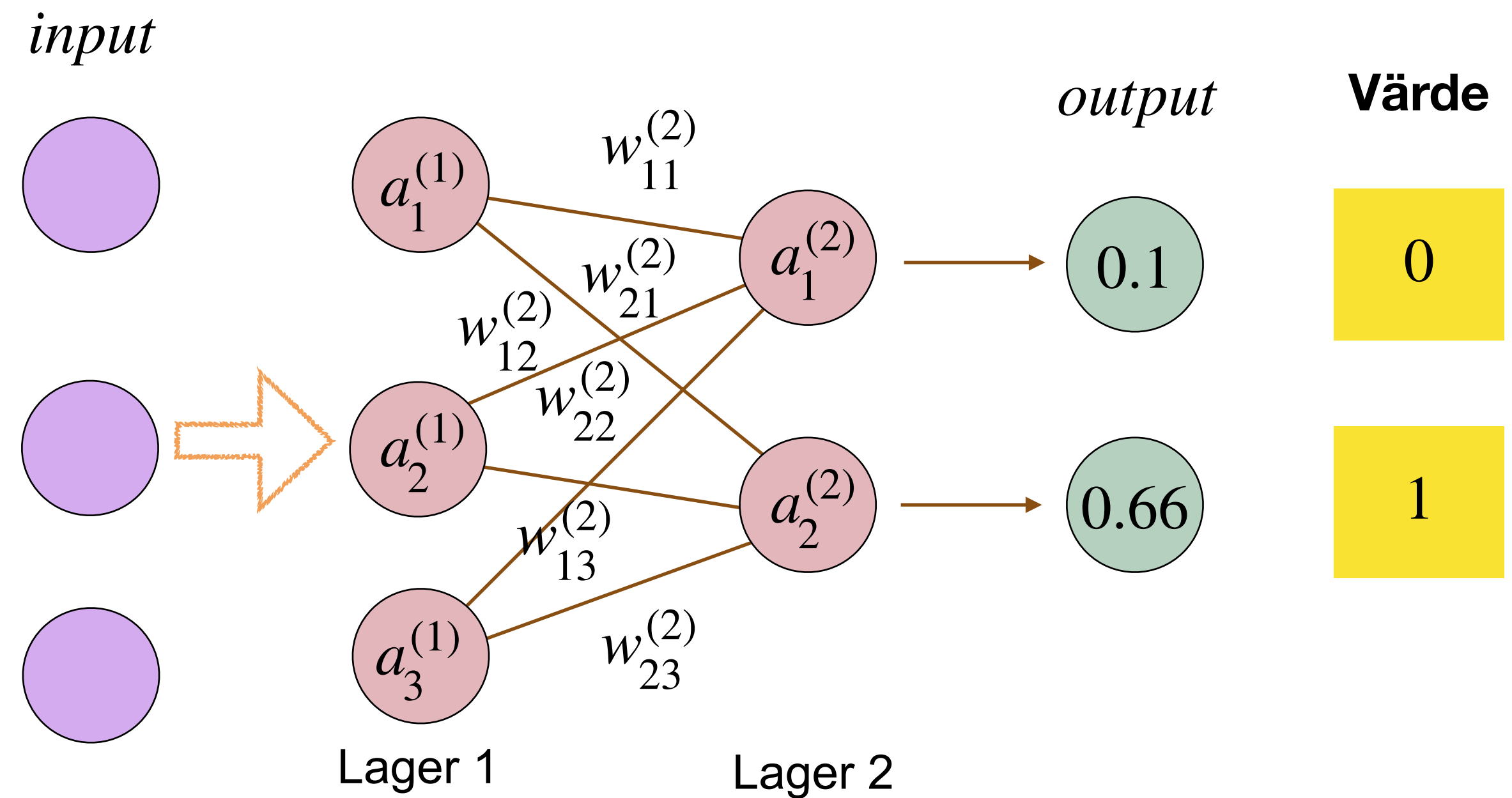
Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

För varje lager räknar vi ut värdena  $Z = WA + B$

och  $A_{\text{ut}} \text{ från lagret} = \sigma(Z)$



- \* Det som är svårt är att veta vad vikterna ska vara! Vi kan *träna* vårt nätverk med exempel och justera vikterna så att värdena går åt rätt håll.

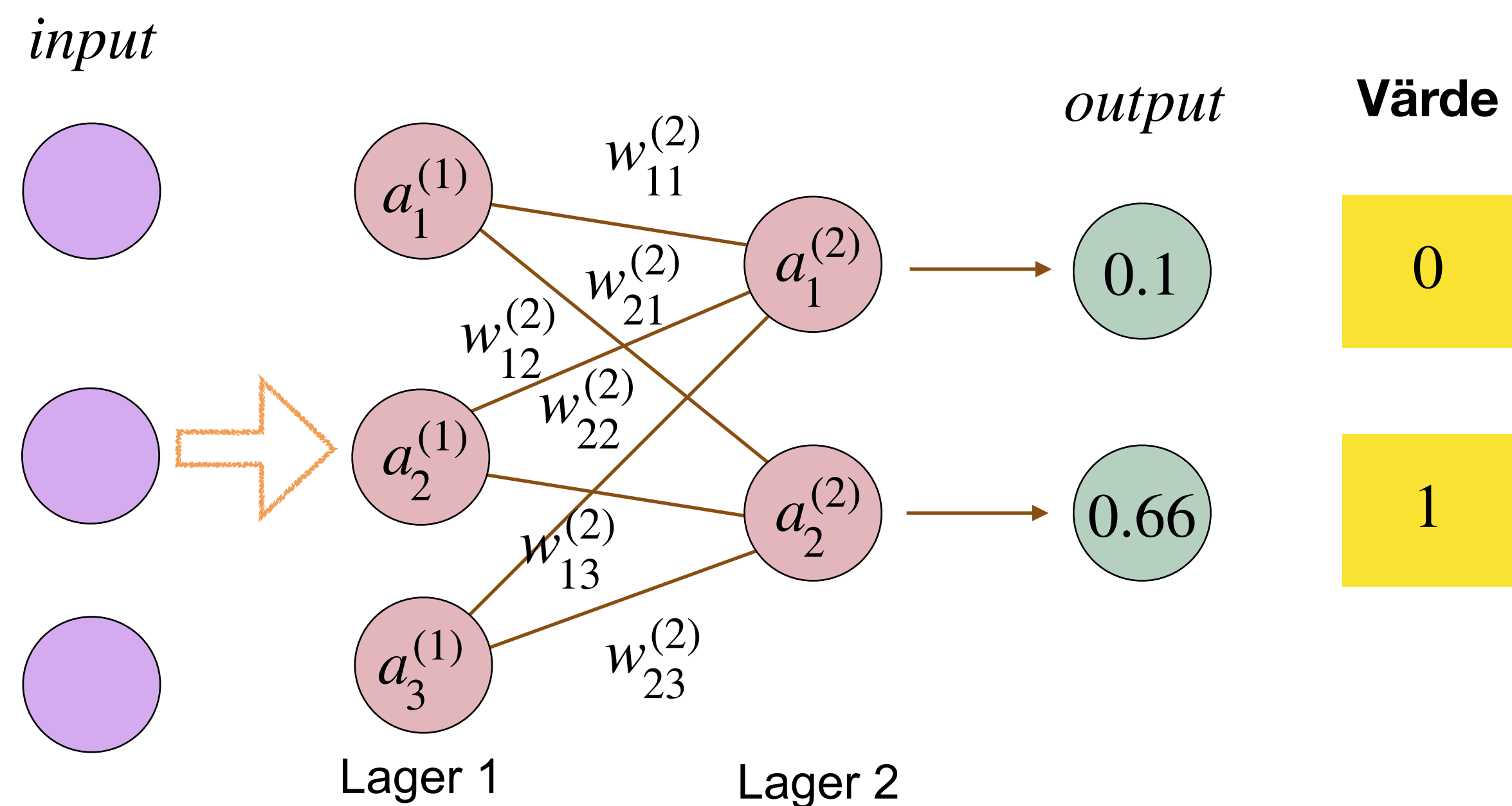
Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

För varje lager räknar vi ut värdena  $Z = WA + B$

och  $A_{\text{ut}} \text{ från lagret} = \sigma(Z)$



- \* Vi gör om bilden till en vektor med 784 tal.

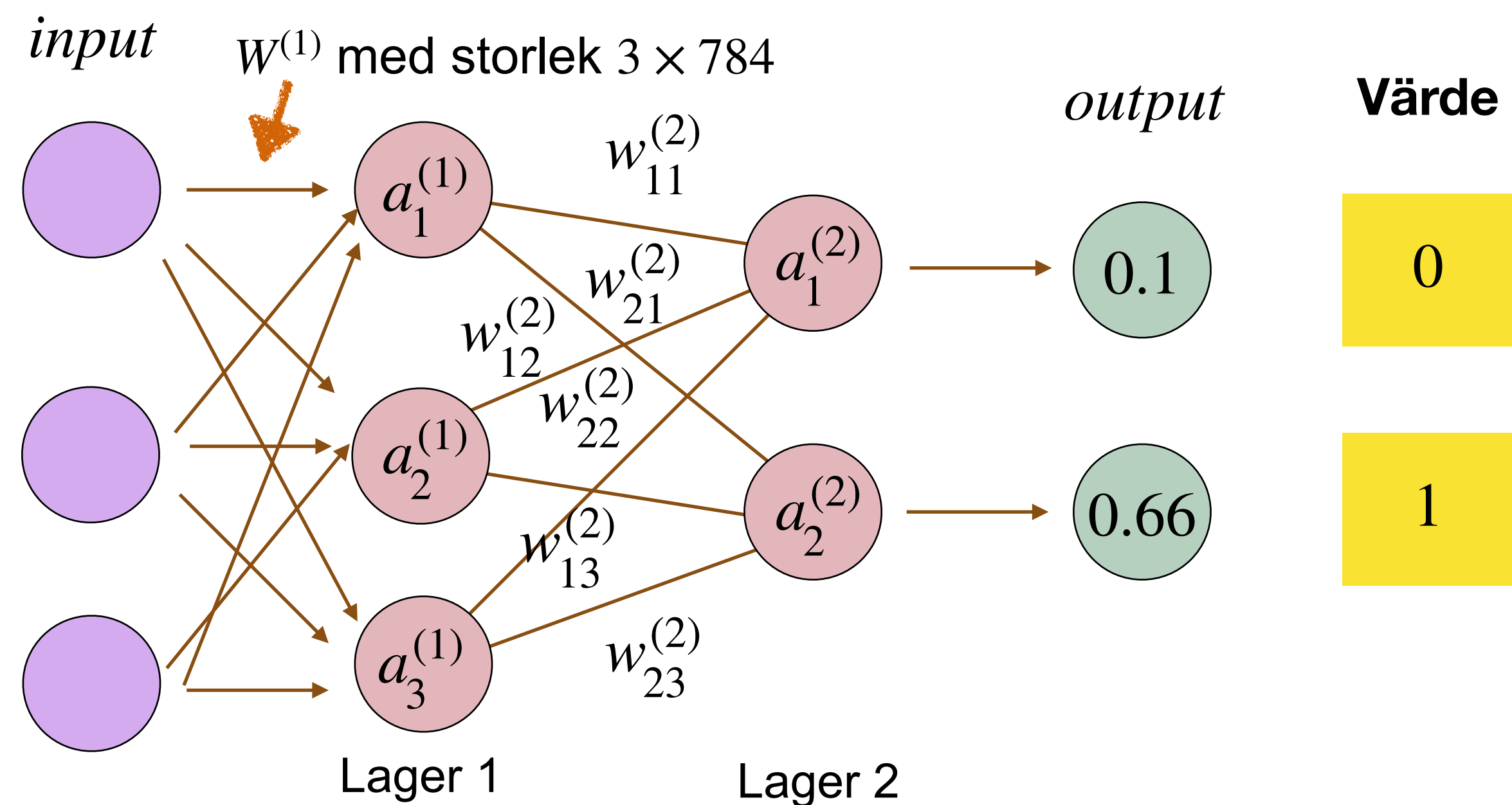
Mini nätverk



# Exempel: Neurala nätverk

För varje lager räknar vi ut värdena  $Z = WA + B$

och  $A_{\text{ut}} \text{ från lagret} = \sigma(Z)$



- \* Vi gör om bilden till en vektor med 784 tal.

Mini nätverk



# Inläsning av värden

- \* inläsning av en sträng:
  - \* `x = input()`
  - \* `x = input('Ange ett värde:')`
  - \* `input` returnerar en sträng
  - \* typomvandla med `int(x)` eller `float(x)`

## Exempel 1

```
x = input('Ange ett värde:')  
x = int(x)
```

# Övning

\* Fibonacci talserie börjar så här:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

\* Serien kan beskrivas

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n > 1)$$

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1$$

\* Hur kan vi skriva ett Pythonscript som läser in ett tal  $n$  (där  $n > 1$ ) och skriver ut  $F_n$ ?

# Tips och tricks

- \* True har värdet 1 och False värdet 0

```
>>> True == 1
```

```
True
```

```
>>> True * 2
```

```
2
```

```
>>> 5//3 + (5 % 3 > 0) # avrundar divisionen uppåt
```

- \* Tupler är icke-muterbara listor av värden (som kan ha olika typ)

```
eevi = ("Eevi", 19)
```

```
eevi[0] # "Eevi"
```

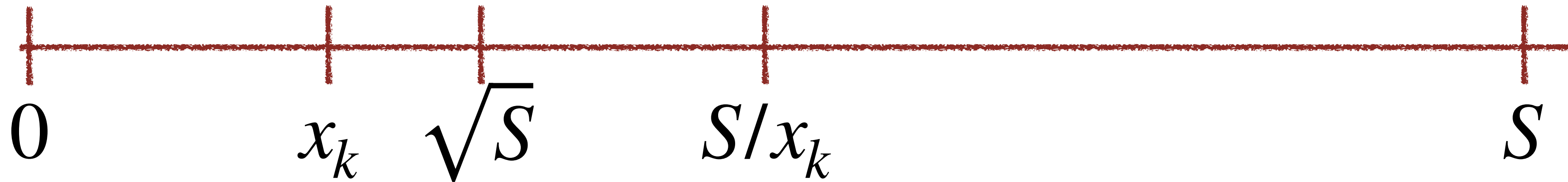
```
name, age = eevi
```

- \* Tupler kan användas för att returnera många värden från en funktion.

# Temauppgift labb 1

\* Approximera kvadratroten av ett tal  $x^2 = S$

$$x_{k+1} = \frac{x_k + (S/x_k)}{2} \quad \text{och vi börjar med } x_0 = S/2$$



\* Efter många steg kommer blir värdet  $x$ , dvs  $x_\infty = S/x_\infty$

# Sammanfattning

- \* Att köra Pythonprogram
  - \* repl och script
- \* Typer, aritmetiska operationer och imaginära tal
- \* Standard funktioner, lambda och `def`
- \* Vektorer och matriser
  - \* Att skapa matriser, ändra värden
  - \* Operationer på matriser
  - \* Sätta samman matriser
  - \* Lösa ekvationssystem
- \* Lite om plottning
  - \* `linspace`
  - \* färger
- \* Pythonsyntax
  - \* `input()`