Lösningar

1 **a**. $\overline{\rho} = \{(0,0),(0,2),(1,0),(1,1),(2,1),(2,2)\}$ $\rho^{-1} = \{(1,0),(2,1),(0,2)\}$
$\rho^2 = \{(0,2),(1,0),(2,1)\}$ $\rho^0 = \{(0,0),(1,1),(2,2)\}$
$\rho^* = \{(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2)\}$.

b. $\overline{\rho} = \{(0,0),(1,1)\}$ $\rho^{-1} = \{(1,0),(0,1)\}$
$\rho^2 = \{(0,0),(1,1)\}$ $\rho^0 = \{(0,0),(1,1)\}$
$\rho^* = \{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$.

c. $\overline{\rho} = \{(0,2),(1,0),(2,1),(2,2)\}$ $\rho^{-1} = \{(0,0),(1,0),(1,1),(2,1),(0,2)\}$
$\rho^2 = \{(0,0),(0,1),(0,2),(1,2),(1,0),(1,1),(2,0),(2,1)\}$ $\rho^0 = \{(0,0),(1,1),(2,2)\}$
$\rho^* = \{(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2)\}$.

2 **a**. Den är inte reflexiv men den är symmetrisk och transitiv.

b. Den är reflexiv, symmetrisk och transitiv.

c. $=$, $\neq$, $=$.

d. $\neq$, $=$, $A \times A$.

3 $\tau = \rho^*$

4 **a**. $\{(0,0),(1,0),(2,0),(3,0),(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$

b. Relationen är reflexiv och transitiv, men inte symmetrisk.

c. Samma som i a.

d. $\rho^\star$ är samma relation som $\leq$.

5 **a**. $\{((\mathsf{T},\mathsf{T}),\mathsf{T}),((\mathsf{T},\mathsf{F}),\mathsf{F}),((\mathsf{F},\mathsf{T}),\mathsf{F}),((\mathsf{F},\mathsf{F}),\mathsf{F})\}$

b. $\{((0,0),\mathsf{F}),((0,1),\mathsf{T}),((1,0),\mathsf{F}),((1,1),\mathsf{F})\}$

c. $3^4 = 81$. Det finns 4 element i $\mathbb{B} \times \mathbb{B}$ och för varje element kan vi välja mellan 3 alternativ F, Teller att funktionen inte är definierad. Om vi kräver att funktionen skall vara definierad för alla argument så blir det $2^4 = 16$.

6 **a**. $\mathit{add} \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

b. $\mathit{lessthan} \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R}) \to \mathbb{B}$

c. $g \in (\mathbb{R} \to \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

d. $h \in (\mathbb{R} \to \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

e. $h \in ((B \to C) \times (A \to B)) \to (A \to C)$

7 **a**. $f(n) \triangleq 2n$

b. Uppräkning enligt $0, -1, 1, -2, 2, \ldots$ eller bijektionen $f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{om } n \text{ är jämt} \\ -(n+1)/2 & \text{om } n \text{ är udda} \end{cases}$

c. Räkna först upp alla par där summan av komponenterna är 0, sedan alla par där summan är 1, etc. $\{(0,0),(0,1),(1,0),(0,2),(1,1),(2,0),\ldots\}$.

d. $f(x) \triangleq x/(1-x)$