

# Lösningar

1 a.  $(\forall v_0. \exists v_1. P(v_0, g(x, y)))$

b.  $(\forall x. \exists v_0. P(z, v_0))$

c.  $(x \cdot y)[x \setminus x + 1][x \setminus 2 \cdot x] = ((x + 1) \cdot y)[x \setminus 2 \cdot x] = (2 \cdot x + 1) \cdot y$   
 $(x \cdot y)[x \setminus (x + 1)][x \setminus 2 \cdot x] = (x \cdot y)[x \setminus 2 \cdot x + 1] = (2 \cdot x + 1) \cdot y$

2 a.  $\{\emptyset, \{1\}\}, 2$

b.  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, 2$

c.  $\{\emptyset, \{0\}\}$

3 a.  $\{\{a, b\}\}, \{\{a\}, \{b\}\}$

b.  $\{\{a, b, c\}\}, \{\{a, b\}, \{c\}\}, \{\{a\}, \{b, c\}\}, \{\{a, c\}, \{b\}\}, \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

c. 15

d.  $\emptyset$

4 a.  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$

b.  $|A - B| = |A| - |A \cap B|.$

c.  $|\mathcal{P}(A \times B)| = 2^{|A| \cdot |B|}$

5 a.  $\circ$  är associativ men inte kommutativ eller idempotent.

b.  $L^*$  och  $(L^*)^*$  är alltid samma språk.

c. Detta är sant för alla språk som innehåller den tomma strängen. Det minsta språket med denna egenskap är  $\{\epsilon\}$ .

6 a.  $(11(0|1)^*)|((0|1)^*11)$

b.  $(0|1)^*11(0|1)^*$

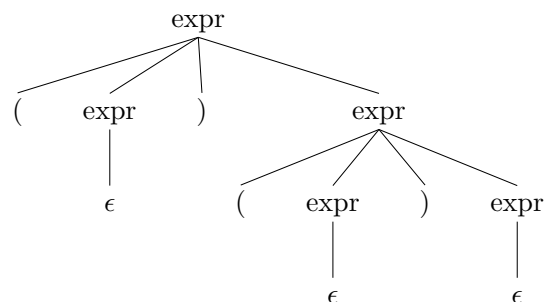
c.  $(0(0|1))^*$

d.  $(0|10)^*11(01|0)^*$

e.  $(0|10)^*(1|\epsilon)$ . Jag tackar en student som 2012-10-12 hade en bättre lösning än jag,

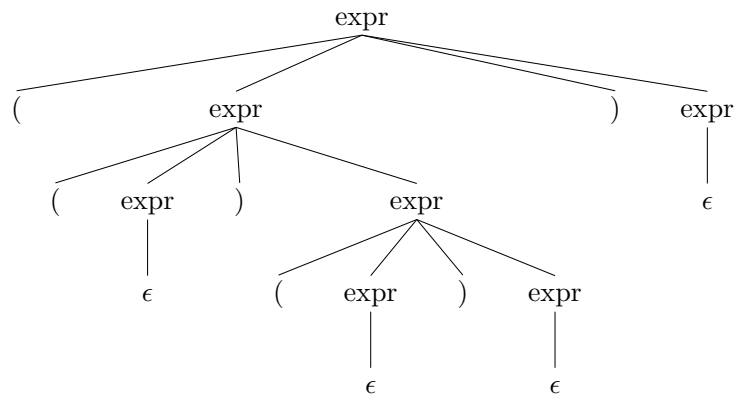
7 a.

$\text{expr} \Rightarrow ( \text{expr} ) \text{expr} \Rightarrow$   
 $( ) \text{expr} \Rightarrow$   
 $( ) ( \text{expr} ) \text{expr} \Rightarrow$   
 $( ) ( ) \text{expr} \Rightarrow ( ) ( )$



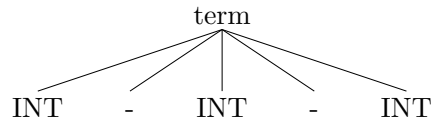
b.

$\text{expr} \Rightarrow$   
 $( \text{expr} ) \text{expr} \Rightarrow ( \text{expr} ) \Rightarrow$   
 $( (\text{expr}) \text{expr} ) \Rightarrow$   
 $( ( ) \text{expr} ) \Rightarrow ( ( ) (\text{expr}) \text{expr} ) \Rightarrow$   
 $(( ) (\text{expr}) ) \Rightarrow ( ( ) ( ) )$



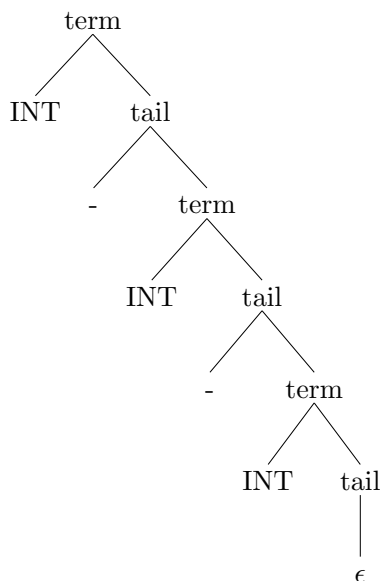
c. Mängden av alla strängar med korrekt matchade parenteser på det sätt som kan förekomma i aritmetiska uttryck.

8 a.  $\text{term} \Rightarrow \text{INT} - \text{INT} - \text{INT}$



b.

$\text{term} \Rightarrow \text{INT} \text{tail} \Rightarrow \text{INT}$   
 $- \text{term} \Rightarrow \text{INT} - \text{INT} \text{tail} \Rightarrow$   
 $\text{INT} - \text{INT} - \text{term} \Rightarrow \text{INT} - \text{INT} - \text{INT}$   
 $\text{tail} \Rightarrow \text{INT} - \text{INT} - \text{INT}$



c.  $\text{term} \Rightarrow \text{head INT} \Rightarrow \text{term} - \text{INT} \Rightarrow \text{head INT} - \text{INT} \Rightarrow$   
 $\text{term} - \text{INT} - \text{INT} \Rightarrow \text{head INT} - \text{INT} - \text{INT} \Rightarrow \text{INT} - \text{INT} - \text{INT}$

9 a.  $a^*b$

b.  $ab^*b$

10 Svaret är nej. Strängen 01 tillhör  $\mathcal{L}(G)$  men ej  $L$ .