Lunds Tekniska Högskola
Datavetenskap
Lennart Andersson

Övning
EDAF10
2012-10-04

Diskreta strukturer – Övning vecka 6

1 **a.** Förenkla $(\forall x.\exists y.P(x,z))[z\backslash g(x,y)]$.

b. Förenkla $(\forall x.\exists y.P(z,y))[z\backslash y][y\backslash z]$.

c. Man kan visa att $e[x\backslash f][x\backslash g] = e[x\backslash f[x\backslash g]]$ för alla aritmetiska uttryck e, f och g. Kontrollera att detta stämmer när $e \triangleq x \cdot y$, $f \triangleq x+1$ och $g \triangleq 2 \cdot x$.

2 **a.** Ange potensmängden för mängden $\{1\}$ och dess kardinalitet.

b. Ange potensmängden för mängden $\{\emptyset\}$ och dess kardinalitet.

c. Ange ett element i $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{0,1\}))$ med kardinaliteten 2.

3 **a.** Bestäm alla partioneringar av mängden $\{a,b\}$.

b. Bestäm alla partioneringar av mängden $\{a,b,c\}$.

c. Hur många olika partioneringar av mängden $\{a,b,c,d\}$ finns det? Försök beräkna detta utan att skriva upp alla partioneringar.

d. Bestäm alla partioneringar av mängden $\emptyset$.

4 Antag att A och B är ändliga mängder.

a. Ange ett samband mellan $|A \cup B|$, $|A \cap B|$, $|A|$ och $|B|$.

b. Ange ett liknande samband där $|A - B|$ ingår.

c. Ange ett liknande samband där $|\mathcal{P}(A \times B)|$ ingår.

5 **a.** En operator $\star$ är kommutativ om $a \star b = b \star a$, associativ om $(a \star b) \star c = a \star (b \star c)$ och idempotent om $a \star a = a$ för alla a, b och c. Är operatorn för att konkatenera språk, $\circ$, kommutativ, associativ eller idempotent?

b. Är $L^\star$ och $(L^\star)^\star$ lika eller olika?

c. Ge ett exempel på ett språk där $L^+ = L^*$.

6 Konstruera reguljära uttryck som beskriver språket av alla strängar på $\{0,1\}$ som

a. har 11 som ett prefix eller suffix.

b. har 11 som en delsträng.

c. har ett jämnt antal symboler och varannan symbol med början på det första är 0. Språket innehåller alltså ϵ, 00, 01, 0000, 0100, 0101, ...

d*. har exakt en delsträng som är 11.

e*. inte har delsträngen 11.

7 **a.** Använd grammatiken

`expr` ::= '(' `expr` ')' `expr`
`expr` ::= ϵ

för att härleda strängen `()()`. Visa varje steg i härledningen och rita härledningsträdet.

b. Gör samma sak för `(()())`.

c*. Beskriv med vanligt språk vilka strängar som ingår i det språk som genereras av grammatiken.

8 Härled strängen `INT - INT - INT` med följande grammatiker och rita härledningsträden.

a.

$$term ::= \texttt{INT} \ (\text{'-'} \ \texttt{INT}\ )*$$

b.

$$\begin{aligned} term &::= \texttt{INT}\ tail \\ tail &::= \text{'-'}term \\ tail &::= \epsilon \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} term &::= head\ \texttt{INT} \\ head &::= term\text{'-'} \\ head &::= \epsilon \end{aligned}$$

9 Följande grammatiker beskriver språk på alfabetet $\{a, b\}$. Konstruera reguljära uttryck som beskriver samma språk.

a.

$$\begin{aligned} S &::= aS \\ S &::= b \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} S &::= aT \\ T &::= bT \\ T &::= b \end{aligned}$$

10 Låt $L \triangleq \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ och låt G vara en grammatik med följande produktioner:

$$\begin{aligned} S &::= W\,W \\ W &::= (0 \mid 1)^* \end{aligned}$$

Är $L = \mathcal{L}(G)$? Svaret kräver en motivering.